

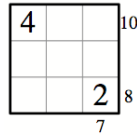
Internationales Finale der 27. FFJM-Meisterschaft - 30. August 2013

Informationen und Ranglisten unter <http://www.smasv.ch>

BEGINN ALLER KATEGORIEN

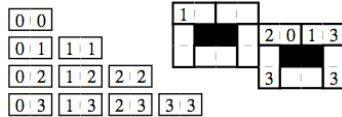
1 – NUR MIT 2, 3 UND 4 (Koeffizient 1)

Schreibe eine Zahl in jedes Feld des Gitters, so dass es zweimal eine 2, dreimal eine 3 und viermal eine 4 enthält. Eine 2 und eine 4 sind bereits eingetragen. Die Zahlen ausserhalb des Gitters geben die Summe der drei Zahlen in den entsprechenden Zeilen und Spalten an.



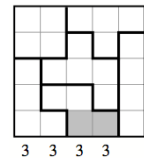
2 – EIN UNTERSCHIED VON EINS (Koeffizient 2)

Die zehn Dominos auf der linken Seite sollen auf das Raster auf der rechten Seite gelegt werden. Sie dürfen beliebig gedreht werden (die Orientierung der Ziffer spielt keine Rolle). Wenn zwei Dominosteine sich mit einer Seite berühren, so müssen die beiden benachbarten Zahlen einen Unterschied von 1 haben (nicht wie bei den gewöhnlichen Dominoregeln). Sieben Zahlen sind bereits eingetragen. Ergänze die anderen 13 Zahlen im Raster.



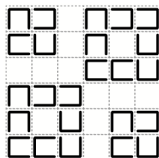
3 – DIE WASSERRESERVOIRE (Koeffizient 3)

Jede der sechs mit einer dicken Linie umrandeten Regionen zeigt einen vertikalen Querschnitt eines Wasserreservoirs. Ein Feld muss leer sein oder komplett mit Wasser gefüllt, aber ein Reservoir darf nur teilweise gefüllt sein. Innerhalb eines nicht-leeren Reservoirs muss der Wasserstand waagrecht sein, das Wasser füllt also den gesamten Bereich unterhalb aus. Färbe gewisse Felder ein (fülle sie mit Wasser), so dass jede Zahl ausserhalb des Gitters die Anzahl eingefärbter Felder in der entsprechenden Zeile oder Spalte angibt. Zwei Felder sind bereits eingefärbt.



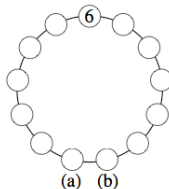
4 – DIE HUFEISEN (Koeffizient 4)

Eloi der Schmid nagelt Hufeisen auf ein regelmässiges 6x6 Raster. Auf jedem kleinen Quadrat darf maximal ein Hufeisen aufgenagelt werden. Jedes Hufeisen hat die Form eines leicht verkleinerten kleinen Quadrates bei welchem eine Seite entfernt wurde. Die Ränder zweier Hufeisen dürfen nie direkt nebeneinander liegen. Die Abbildung zeigt ein Beispiel wo Eloi 24 Hufeisen aufnageln konnte. Wie viele Hufeisen kann Eloi maximal auf ein 6x6 Raster aufnageln?



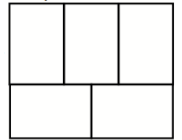
5 – DAS HALSBAND (Koeffizient 5)

Eine Halskette hat 13 Perlen, aber nur 6 sind wertvoll (und nummeriert von 1 bis 6). Für jedes N von 1 bis 6 gilt: startet man bei der wertvollen Perle N und geht in jede der beiden Richtungen, so muss die Nte Perle die man antrifft wieder eine wertvolle Perle sein (eventuell werden andere wertvolle Perlen auf dem Weg angetroffen). Geht man in eine Richtung, so müssen die geraden Zahlen (2, 4 und 6) und die ungeraden Zahlen (1, 3 und 5) sich abwechseln. Das Halsband wird so gedreht, dass die wertvolle Perle 6 oben liegt. Die Perlen (a) und (b) sind wertvoll und die Zahl der Perle (a) ist kleiner als die Zahl der Perle (b). Ergänze die restlichen Nummern der wertvollen Perlen.



6 – DAS RECHTECK DES JAHRES (Koeffizient 6)

Das grosse Rechteck ist in fünf identische kleine Rechtecke eingeteilt. Der Umfang des grossen Rechtecks misst 2013 Millimeter. Wie gross ist der Umfang eines kleinen Rechtecks in Millimeter?



7 – TEILER ODER VIELFACHES (Koeffizient 7)

Didier und Muriel spielen mit Karten die von 1 bis 10 nummeriert sind. Didier beginnt und nimmt die Karte mit der 2 aus dem Kartenstapel. Abwechslungsweise nehmen nun beide Spieler je eine Karte, dessen Nummer immer jeweils ein Teiler oder ein Vielfaches der Zahl der letzten Karte des vorherigen Spielers sein muss. Kann ein Spieler nicht mehr ziehen, hat der andere gewonnen.

Nach der 2, welche Karte muss Muriel nehmen, damit sie sicher das Spiel gewinnen wird?

Bemerkung: 1 ist ein Teiler aller Zahlen.

8 – DIE MURMELHAUFEN (Koeffizient 8)

Fibo ordnet seine Murmeln in waagrechten Reihen, so dass sich alle Murmeln jeder Reihe sich berühren und so dass jede Murmel die nicht in der untersten Reihe ist, zwei Murmeln der darunterliegenden Reihe berührt. Es gibt also 1, 1, 2, 3, 5 und 8 Arten um 1, 2, 3, 4, 5 und 6 Murmeln anzuordnen (die Abbildung zeigt den Fall mit 6 Murmeln). Fibo bemerkt dass $1+1=2$, $1+2=3$, $2+3=5$ und $3+5=8$, aber bleibt vorsichtig wie es weiter geht.

6 Murmeln



Auf wie viele Arten können 9 Murmeln angeordnet werden?

ENDE DER KATEGORIE CM

Probleme 9 bis 18: Achtung! Um ein Problem vollständig zu lösen, musst du die Anzahl möglicher Lösungen angeben. Falls es genau eine Lösung gibt, gib diese Lösung an. Falls es mehrere Lösungen gibt, gib beliebige zwei korrekte Lösungen an. Bei Problemen die mehrere Lösungen haben könnten, ist Platz für zwei Lösungen vorgesehen, selbst dann, wenn es nur eine gibt.

9 – NUMMERN RATEN (Koeffizient 9)

ABCDEFGHI ist eine neunziffrige Zahl welche alle Ziffern von 1 bis 9 benutzt. A ist kleiner als B. Die Zahlen mit drei Ziffern ABC, BCD, CDE, DEF, EFG, FGH, GHI sind teilbar durch 3, 4, 5, 6, 7, 8 beziehungsweise 9. Wie lautet die Zahl ABCDEFGHI?

10 – DIE NÜSSE DES JAHRES (Koeffizient 10)

Die Eichhörnchen Tic und Tac haben je ein Vorrat mit Nüssen welche sie aus Donalds Garten gestohlen haben. Im Hinblick auf den nächsten Winter essen sie keine der eingelagerten Nüsse und achten darauf keine zu verlieren. Donald ist für 6 ganze Tage abwesend. An jedem Tag geschehen zwei Manipulationen in den beiden Vorräten:

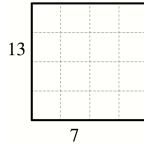
- Am Morgen nimmt Tac die Hälfte der Nüsse im Vorrat von Tic und legt sie in seinen Vorrat.
- Am Nachmittag nimmt Tic die Hälfte der Nüsse im Vorrat von Tac und legt sie in seinen Vorrat.

Als Donald am Ende des sechsten Tages zurückkehrt, hat Tic 2013 Nüsse in seinem Vorrat. Wie viele Nüsse hat Tac in seinem Vorrat? Bemerkung: Die Anzahl der Nüsse ist immer positiv und Ganzzahlig.

ENDE DER KATEGORIE CE

11 – DIE MAGISCHE REIHENFOLGE (Koeffizient 11)

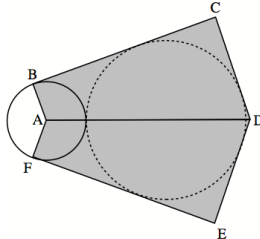
Schreibe die Zahlen in jedes Feld des Gitters, so dass jede Zeile und jede Spalte die Zahlen von 1 bis 4 enthält. Die sechzehn vierziffrigen Zahlen die sich ergeben wenn die Zeilen und Spalten in beide Richtungen ausgelesen werden müssen alle unterschiedlich von einander sein. Werden diese Zahlen in aufsteigender Reihenfolge von 1 bis 16 durchnummeriert, so entspricht jeder Index ausserhalb des Gitters dem Rang der Zahl, die von diesem Index beginnend gelesen wird.



ENDE DER KATEGORIE C1

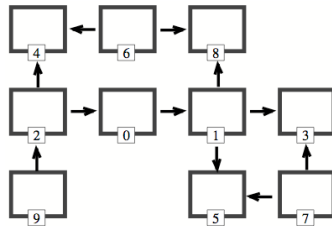
12 – DER FEDERBALL (Koeffizient 12)

Das graue Sechseck ABCDEF zeigt den Querschnitt eines Federballes. A ist der Mittelpunkt des kleinen Kreises (der Kopf des Federballes) mit Radius 8 Millimeter. Der grosse gepunktete Kreis mit Radius 18 Millimeter liegt tangential am kleinen Kreis. Die Seiten BC und EF liegen tangential an beiden Kreise. Die Seiten CD und DE sind Tangenten des grossen Kreises so dass die Winkel BCD und DEF rechtwinklig sind. **Wie gross ist die Fläche des Sechsecks ABCDEF?**



13 – FOLGE DEM PFEIL (Koeffizient 13)

Jedes der zehn Felder soll eine dreistellige Zahl enthalten, welche die Quersumme 15 hat und deren Ziffern alle von einander unterschiedlich sind. Keine der zehn Zahlen darf durch Permutation der Ziffern einer anderen Zahl erreicht werden. Jede Zahl muss die Ziffer auf der Etikette unten an ihrem Feld enthalten. Die Zahlen in Feldern, welche durch einen Pfeil verbunden sind, müssen genau eine gemeinsame Ziffer haben, an der gleichen Stelle (Hunderter-, Zehner- oder Einerstelle), der Pfeil muss von der kleineren zur grösseren Zahl zeigen. **Was ist die Summe der zehn Zahlen?**
Bemerkung: Eine dreistellige Zahl beginnt nie mit einer 0.



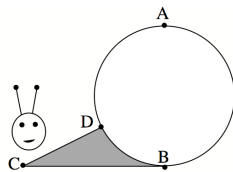
14 – DAS FELD DES JAHRES (Koeffizient 14)

Das Feld des Jahres, oder fast, ist ein Quadrat, dessen Seitenlänge in Meter eine Ganzzahl grösser als 1 und kleiner als 1000 misst. Verkürzt man zwei gegenüberliegende Seiten um 1 Meter und verlängert die beiden anderen Seiten um 1 Meter, so erhält man ein Rechteck, dessen Fläche in m^2 durch 2013 teilbar ist. **Was ist die Seitenlänge des Quadrats in Meter?**

ENDE DER KATEGORIE C2

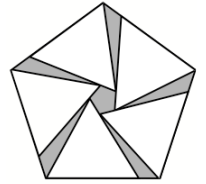
15 – DIE SCHNECKE (Koeffizient 15)

Die Abbildung zeigt einen Querschnitt einer Schnecke. Die Strecke BC ist gleich lang wie der senkrechte Durchmesser AB des Kreises. Der Abschnitt der Geraden durch C und den Mittelpunkt des Kreises schneidet den Kreis in D. **Wie lautet das Verhältnis der Strecken DA/DB?** Gebe die Antwort mit drei Nachkommastellen und runde auf den nächsten Tausendstel auf oder ab. Falls benötigt, benutze 1.732 für $\sqrt{3}$ und 2.236 für $\sqrt{5}$.



16 – DIE WETTERFAHNE (Koeffizient 16)

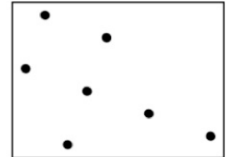
Die Abbildung zeigt eine Wetterfahne die durch schneiden und falten entstanden ist. Die beiden Fünfecke sind regelmässig. Die fünf weissen Dreiecke sind gleichseitig. Das kleine Fünfeck und die zehn Dreiecke decken das grosse Fünfeck perfekt ab. Die Fläche eines weissen Dreiecks ist 100 cm^2 . **Wie gross ist die Summe der Flächen der fünf grauen Dreiecke?** Falls benötigt benutze 0.809 für $\cos 36^\circ$ und 1.732 für $\sqrt{3}$ und runde auf die nächste Ganzzahl auf oder ab.



ENDE DER KATEGORIE L1 UND GP

17 – DER OBSTGARTEN (Koeffizient 17)

Ein regelmässiges Raster ist auf einer Ackerkarte aufgezeichnet. Der Obstgarten von Pitt Agosto hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen drei Eckpunkte auf Knoten des Rasters liegen und beide am rechten Winkel anliegenden Seiten sind parallel zu den Rasterlinien. Die Seitenlänge eines kleinen Quadrates des Rasters misst 1 Meter. Die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks misst eine Ganzzahl in Meter. Jede Seite des Rahmens in der Abbildung ist parallel zu den Rasterlinien. Jeder der sieben Punkte repräsentiert einen Obstbaum. Es sind alles Knoten des Rasters die strikt im Innern des rechtwinkligen Dreiecks liegen und ihre Distanz zur Hypotenuse ist eine Ganzzahl in Meter.



Wie gross ist die Fläche des Obstgartens in m^2 ?

18 – DAS GESCHENK DES JAHRES (Koeffizient 18)

Im Prominenten-Quiz im Mathe-TV gewinnt Lotus ein Geschenk bei einem Glücksspiel. Es gibt drei mögliche Geschenke, ihre Preise in Mathe-Franken sind 2013 und zwei dreistellige Ganzzahlen. Jede Ziffer von 0 bis 9 wird genau einmal gebraucht um die drei Zahlen zu schreiben. Nacheinander werden die Ziffern von 0 bis 9 zufällig vom Moderator gezogen. Jede kann maximal einmal gezogen werden. Sobald alle Ziffern eines Preises gezogen wurden, gewinnt Lotus das entsprechende Geschenk. Der Erwartungswert für das Geschenk mit dem Preis 2013 Mathe-Franken muss mit einer bestimmten Ganzzahl in Mathe-Franken addiert werden um die Summe der Erwartungswerte der anderen zwei Geschenke zu erreichen: **Um welche Ganzzahl handelt es sich?** Der Erwartungswert eines Geschenkes ist das Produkt seines Wertes mit der Wahrscheinlichkeit es zu gewinnen. Er kann, aber muss keine Ganzzahl sein.

ENDE DER KATEGORIE L2, HC