

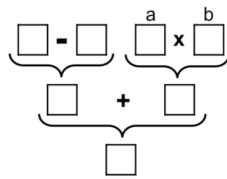
Internationales Finale der 30. FFJM-Meisterschaft - 26. August 2016

Informationen und Ranglisten unter <http://www.smasv.ch>

BEGINN ALLER KATEGORIEN

1 – ZAHLEN RATEN (Koeffizient 1)

Jede Zahl unterhalb eines Rechenzeichens (-, x oder +) muss das Resultat der Rechnung mit den zwei darüber liegenden Zahlen sein. Die Zahl im Feld *a* muss kleiner sein als die Zahl im Feld *b*.



Schreiben Sie jede Zahl von 1 bis 7 in ein Feld (eine Zahl pro Feld).

2 – BUCHSTABEN RATEN (Koeffizient 2)

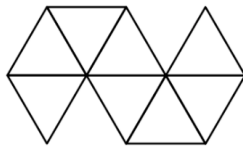
Jeder Buchstabe steht immer für die gleiche Ziffer grösser als 0 und zwei verschiedene Buchstaben stehen für zwei unterschiedliche Ziffern.

$$A + A + A + BB + BB + CCC = DDDD$$

Für welche Ziffern stehen die Buchstaben?

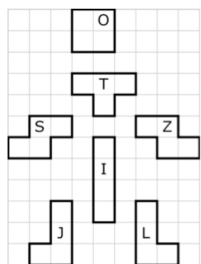
3 – DIE DREI FARBEN (Koeffizient 3)

Trina möchte die 17 Seitenlängen der kleinen Dreiecke mit den Farben blau, gelb und rot anmalen (eine Farbe pro Seitenlänge). Rund um jedes der acht kleinen Dreiecke muss jede der drei Farben einmal vorkommen. Die Anzahl der blauen Seitenlängen muss doppelt so gross sein wie die Anzahl der gelben Seitenlängen.

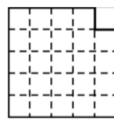


Wie viele rote Seitenlängen hat es in der Figur?

4 – DIE TETRAMINOS (Koeffizient 4)



Alle kleinen Quadrate haben die gleichen Seitenlängen. Einerseits hat man ein 5x5 Gitter, bei dem oben rechts ein kleines Quadrat weggelassen wurde. Andererseits hat man sieben unterschiedliche Teile, welche gedreht werden dürfen, aber die gezeigte Seite muss immer oben liegen.

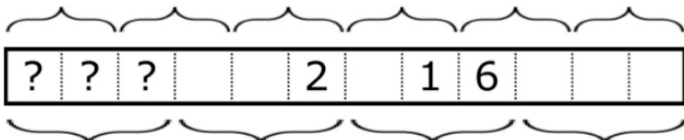


Alle Teile bis auf eines, können zusammen ohne Überlappung auf das Gitter gelegt werden. Welches muss weggelassen werden?

Jedes Teil enthält einen Buchstaben. Antworten Sie mit dem Buchstaben des weggelassenen Teils: I, J, L, O, S, T oder Z.

5 – ZWEI FOLGEN (Koeffizient 5)

Das Band muss jede Zahl von 1 bis 6 zweimal enthalten (eine Zahl pro Feld). Eine 2, eine 1 und eine 6 sind bereits gegeben.



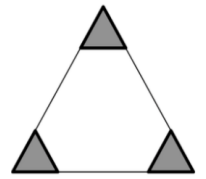
Die sechs Zahlen mit zwei Ziffern (mit den Klammern oberhalb des Bandes gekennzeichnet) müssen alle unterschiedlich sein und der Grösse nach von links nach rechts aufsteigend sein. Die vier Zahlen mit drei Ziffern (mit den Klammern unterhalb gekennzeichnet) müssen alle unterschiedlich sein und der Grösse nach von links nach rechts aufsteigend sein.

Wie lautet die erste Zahl auf der linken Seite mit drei Ziffern?

ENDE DER KATEGORIE CE

6 – DAS SCHLOSS (Koeffizient 6)

Das grosse, gleichseitige Dreieck stellt den Grundriss eines Schlosses dar. Jedes der drei kleinen, grauen, gleichseitigen Dreiecke ist der Grundriss eines Eckturms mit der Fläche von je 77 m^2 .



Das weisse Sechseck in der Mitte stellt den Innenhof dar, dessen Umfang gleich der Summe der Umfänge der drei Dreiecke ist.

Wie lautet die Fläche des Hofes, auf-/abgerundet auf den nächsten ganzen m^2 ?

Hinweis: Ein gleichseitiges Dreieck besteht aus drei gleich langen Seiten.

7 – DREIECKE UND QUADRATE (Koeffizient 7)

In einer Gruppe von Figuren hat es 20 Dreiecke und alle anderen Figuren sind Quadrate. Die Figuren sind entweder blau oder rot.

Es hat 16 blaue Figuren mehr als rote Dreiecke.

Es hat ein blaues Dreieck mehr als rote Figuren.

Wie viele Quadrate (blau und rot) hat es total?

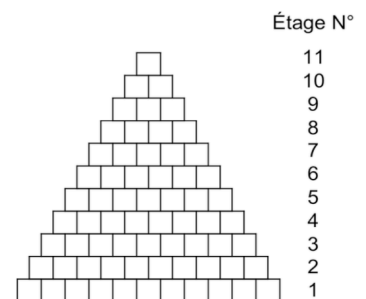
8 – DIE PYRAMIDE (Koeffizient 8)

Cléo möchte mit 22 blauen Würfeln, 22 gelben Würfeln und 22 roten Würfeln eine Pyramide bauen. Die Etagen sind von unten nach oben mit den Zahlen von 1 bis 11 nummeriert.

Die Anzahl Würfel in einer Etage ist gleich dem Unterschied zwischen 12 und ihrer Nummer.

Beispiel: in der 7. Etage hat es 5 Würfel. Jede Etage darf nur eine Farbe enthalten. Zwei benachbarte Etagen dürfen nie die gleiche Farbe haben. Bei vier direkt aufeinanderfolgenden Etagen wird eine der drei Farben nicht gebraucht.

Was ist die Summe der Nummern dieser vier Etagen?



ENDE DER KATEGORIE CM

Probleme 9 bis 18: Achtung! Um ein Problem vollständig zu lösen, muss die Anzahl möglicher Lösungen angegeben werden. Falls es genau eine Lösung gibt, muss diese angegeben werden. Falls es mehrere Lösungen gibt, müssen beliebige zwei korrekte Lösungen angegeben werden. Bei Problemen die mehrere Lösungen haben könnten, ist Platz für zwei Lösungen vorgesehen, selbst dann, wenn es nur eine gibt.

9 – DER ZUG (Koeffizient 9)

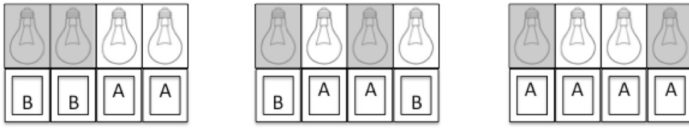
In einem Zug hat es nur einen Wagen ohne Abteile: der Speisewagen. Alle anderen Wagen haben die gleiche Anzahl Abteile.

Die Abteile und die Wagen, inklusive dem Speisewagen, sind von der Spitze des Zuges her nummeriert. Herr Escher sitzt im 4. Wagen und im Abteil 39. Herr Wyss hingegen im 8. Wagen und im Abteil 63.

Wie viele Abteile hat jeder der Wagen, ausgenommen des Speisewagens?

10 – DIE LICHTSCHALTER (Koeffizient 10)

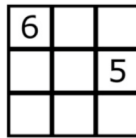
Jede der vier Lampen ist mit genau einem Lichtschalter verbunden. Jeder der Lichtschalter schaltet genau eine Lampe in einer Position (A oder B) ein und schaltet sie in der anderen aus (grau). Ein Lichtschalter ist nicht zwingend mit der Lampe darüber verbunden. Lucia möchte, dass alle vier Lampen gleichzeitig leuchten. Sie hat es bereits drei Mal versucht:



Wie (A oder B) müssen die Lichtschalter von links nach rechts gestellt werden?

11 – DAS HETEROGENE QUADRAT (Koeffizient 11)

Das Gitter muss alle Zahlen von 1 bis 9 enthalten (eine Zahl pro Feld), die 5 und die 6 sind bereits gegeben. Die acht Summen der drei Zahlen in jeder Zeile, jeder Spalte und jeder der beiden Diagonalen müssen unterschiedlich sein. Es müssen alle Zahlen von 10 bis 18 als Summe vorkommen, ausser der 13. **Vervollständigen Sie das Gitter.**



ENDE DER KATEGORIE C1

12 – KARTEN RATEN (Koeffizient 12)

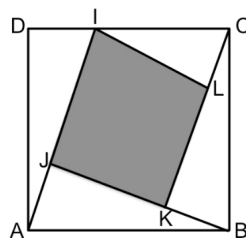
Jeder der sieben Zwerge schreibt eine Zahl auf eine Karte und überreicht sie Schneewittchen. Die Zahlen sind nicht alle unterschiedlich. Einerseits berechnet Schneewittchen für jedes der möglichen 21 Kartenpaare die Summe der beiden darauf geschriebenen Zahlen und erhält nur drei unterschiedliche Resultate: 54, 66 und 78.

Andererseits berechnet sie die Summe aller Zahlen auf den sieben Karten. Ein Drittel dieser Summe ist eine Zahl, die nicht prim ist (sie hat mindestens einen positiven Teiler ungleich 1 und sich selber).

Wie lautet diese Zahl?

13 – FAST EIN QUADRAT (Koeffizient 13)

In einem Quadrat ABCD mit Seitenlänge 9 Zentimeter wird I zwischen C und D, J zwischen I und A, K zwischen J und B, L zwischen K und C eingefügt, so dass die Verhältnisse CI/CD, IJ/IA, JK/KB und KL/KC alle gleich 2/3 sind.



Wie gross ist die Fläche des Rechtecks IJKL, auf-/abgerundet auf den nächsten ganzen cm^2 ?

14 – FAST GEORDNET (Koeffizient 14)

Veronika die Fotografin möchte vor einem Spiel alle elf Spieler einer Fussballmannschaft auf einer Linie von links nach rechts aufstellen. Die Körpergrössen der Spieler sind alles gerade Ganzzahlen (in Zentimeter) von 170 bis 190 und alle sind unterschiedlich.

Die Körpergrösse jedes Spielers, ausser dem ganz links, darf maximal gleich gross sein wie die um 3 Zentimeter erhöhte Körpergrösse des Spielers links von ihm.

Anders ausgedrückt: Die Körpergrössen nehmen von links nach rechts mit einer Toleranz von 3 Zentimeter ab, d.h. kleine Zunahmen von bis zu 3 Zentimeter sind möglich.

Auf wie viele Arten kann Veronika die 11 Spieler anordnen?

ENDE DER KATEGORIE C2

15 – DIE BASKETBALLER (Koeffizient 15)

Nach einem Match, setzen sich die fünf Spieler einer Basketballmannschaft an einen runden Tisch in einem Restaurant. Die Wirtin serviert jedem von ihnen ein Glas Bier.

Die Grösse der Wirtin (in Zentimeter) ist eine Ganzzahl kleiner gleich 200. Der Inhalt jedes der fünf Gläser ist eine Ganzzahl (in Zentiliter). Das Produkt des Inhalts des Glases von zwei Spielern, die direkt nebeneinander sitzen, ist nie ein Vielfaches der Grösse der Wirtin.

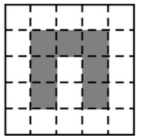
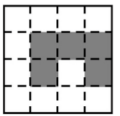
Das Produkt des Inhalts des Glases von zwei Spielern, die nicht direkt nebeneinander sitzen, ist immer ein Vielfaches der Grösse der Wirtin.

Wie gross ist die Wirtin (in Zentimeter)?

16 – ZUSAMMENHÄNGENDE GRUPPE (Koeffizient 16)

In jedem Gitter ist eine Gruppe von Feldern grau eingefärbt und es gilt:

- In jedem 2x2 Quadrat ist mindestens ein Feld grau und sind maximal 3 Felder grau.
- Die Gruppe von grauen Feldern ist zusammenhängend (zwei Felder die sich nur an einer Ecke berühren sind nicht zusammenhängend) und enthält kein Loch.

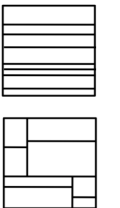


In einem 4x4 Gitter hat eine solche Gruppe mindestens fünf Felder, in einem 5x5 Gitter mindestens sieben. **Falls eine solche Gruppe in einem NxN Feld 2016 Felder zählt, wie gross ist dann N?**

ENDE DER KATEGORIE L1 UND GP

17 – DIE SCHERENSCHNITTE (Koeffizient 17)

Sven schneidet ein Quadrat mit Seitenlänge von einem Meter in Rechtecke. In jeder Runde wählt Sven eine Richtung (waagrecht oder senkrecht), in welcher er dann jedes einfache Rechteck (nicht durch einen Schnitt geteilt) entzweischneidet.



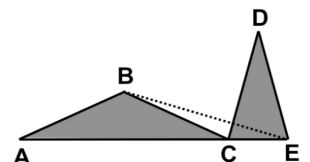
Ein Rechteck kann quadratisch sein (erste Runde). Beispiel: Nach der dritten Runde kann die Summe der Umfänge der acht einfachen Rechtecke 18 Meter (obere Abbildung) oder 12 Meter (untere Abbildung) sein.

Sven macht drei solcher Scherenschnitte. Für jeden hat er nach der letzten Runde die Summe der Umfänge aller einfachen Rechtecke berechnet. Die Summe der drei Summen ist 2016 Meter.

Die Anzahl Runden für jeden Scherenschnitt waren identisch: wie lautet sie?

18 – DAS SKIGEBIET (Koeffizient 18)

Das Mathe-Skigebiet hat vier Hänge. Die Distanzen AB, BC, CD und DE (Hänge) messen jeweils 700 Meter. A, B und D liegen auf einer gemeinsamen Geraden. A, C und E liegen ebenfalls auf einer gemeinsamen Geraden. Die Distanzen AD und AE sind gleich.



Wie lautet die Distanz BE, auf-/abgerundet auf den nächsten ganzen Meter?

Falls benötigt soll gelten: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$ und $\sqrt{5} \approx 2.236$.

Hinweis: Für jeden Winkel x gilt:

$$\cos(x) + \cos(3x) = 2 \cos(x) \cos(2x)$$

und falls $\sin(x) \neq 0$, dann $\cos(x) = \sin(2x)/(2 \sin(x))$.

ENDE DER KATEGORIE L2, HC